



## CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II

### ELABORACIÓN 2006-1

#### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.1 Resolución de integrales de funciones algebraicas

#### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido esencial porque su manejo le permitirá al alumno la comprensión de los temas por tratar en el curso de Cálculo Diferencial e Integral II.

Para su evaluación se elabora un ítem, donde el alumno identificará la secuencia y/o fórmula correcta para la resolución de la Integral Indefinida de una función algebraica sencilla de la forma

$\int f(x)dx$ , de una lista dada.

#### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

##### 3.2 Base del reactivo

Se presenta la secuencia para la resolución de cuatro integrales indefinidas de funciones algebraicas con coeficientes enteros ó fraccionarios y de grado máximo cuatro, para que el alumno identifique la solución correcta, o se presentara una función algebraica para que el alumno identifique la formula correcta para su resolución.

#### 4. Reactivo muestra

1.- Identifica el desarrollo correcto para obtener la integral indefinida.

$$\int 5x^4 dx$$

A)

$$= 5 \int x^4 dx$$

$$= x^5 + c$$

B)

$$= 5 \int x^4 dx$$

$$= \frac{5x^3}{3} + c$$

C)

$$= 5 \int x^4 dx$$

$$= 20x^3 + c$$

D)

$$= 5 \int x^4 dx$$

$$= \frac{5x^4}{4} + c$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.1 Resolución de integrales de funciones algebraicas

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque su manejo le permitirá al alumno la comprensión de los temas por tratar en el en el curso de Cálculo Diferencial e Integral II.

Para su evaluación se elabora un ítem, mediante el cual el alumno identifica la secuencia y/o fórmula correcta para la resolución de la Integral Indefinida de una función algebraica sencilla de la forma

$\int [f(x) + g(x)]dx$ , de una lista dada.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta la secuencia para la resolución de cuatro integrales indefinidas de funciones algebraicas tales como  $(x^2 - 4x + 2)$  o también se puede considerar diferente número de términos, exponentes y coeficientes enteros o fraccionarios, para que el alumno identifique la solución correcta, o se presentara una función algebraica para que el alumno identifique la formula correcta para su resolución.

**4. Reactivo muestra**

**1.- Identifica el desarrollo correcto para el cálculo de la integral.**

$$\int (3x^2 - 5x - 8)dx$$

A)

$$= \int 3x^2 dx - \int 5x dx - \int 8 dx$$

$$= x^3 - \frac{5x^2}{2} - 8x + c$$

B)

$$= \int 3x^2 dx - \int 5x dx - \int 8 dx$$

$$= 3x - 5 - 8x + c$$

C)

$$= \int 3x^2 dx - \int 5x dx - \int 8 dx$$

$$= x^3 - \frac{5x^2}{2} - 8 + c$$

D)

$$= \int 3x^2 dx - \int 5x dx - \int 8 dx$$

$$= x^3 - 5x^2 - 8x + c$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.1 Resolución de integrales de funciones algebraicas

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido esencial porque su manejo le permitirá al alumno la comprensión de los temas por tratar en el curso de Cálculo Diferencial e Integral II.

Para su evaluación se elabora un ítem, mediante el cual el alumno identifica la secuencia y/o fórmula correcta para la resolución de la Integral Indefinida de una función algebraica sencilla de la forma  $\int \sqrt{f(x)}dx$ , de una lista dada.

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presenta la secuencia para la resolución de cuatro integrales indefinidas de funciones algebraicas tales como  $(\sqrt{x^3}, \sqrt[3]{x^2}, \sqrt{3x^2} \text{ etc.})$ , se pueden considerar diferentes exponentes para la literal, coeficientes numéricos enteros ó fraccionarios y el grado máximo del radical tres, para que el alumno identifique la solución correcta o se presentara una función algebraica para que el alumno identifique la formula correcta para su resolución.

### 4. Reactivo muestra

1.- Identifica el desarrollo correcto para el cálculo de la integral  $\int \sqrt[5]{x^3} dx$

A)

$$= \int x^{\frac{3}{5}} dx$$

$$= \frac{x^{\frac{8}{5}}}{\frac{8}{5}} + c$$

$$= \frac{5\sqrt[5]{x^8}}{8} + c$$

B)

$$= \int x^{\frac{5}{3}} dx$$

$$= \frac{x^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}} + c$$

$$= \frac{3\sqrt[3]{x^8}}{8} + c$$

C)

$$= \int x^{\frac{3}{5}} dx$$

$$= \frac{x^{\frac{4}{5}}}{\frac{4}{5}} + c$$

$$= \frac{5\sqrt[5]{x^4}}{4} + c$$

D)

$$= \int x^{\frac{3}{5}} dx$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{5}} + c$$

$$= \frac{5\sqrt[5]{x^3}}{3} + c$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.1 Resolución de integrales de funciones algebraicas

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque su manejo le permitirá al alumno la comprensión de los temas por tratar en el curso de Cálculo Diferencial e Integral II.

Para su evaluación se elabora un ítem, mediante el cual el alumno identifica la secuencia y/o fórmula correcta para la resolución de la Integral Indefinida de una función algebraica sencilla de la forma

$\int f(x)^{-n} dx$ , de una lista dada.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta la secuencia para la resolución de cuatro integrales indefinidas de funciones algebraicas

tales como  $\left( x^{-2}, x^{-3}, x^{-\frac{2}{3}}, 3x^{-2} \right)$ , también se pueden considerar diferentes exponentes negativos y

coeficientes numéricos enteros o fraccionarios, para que el alumno identifique la solución correcta o se presentará una función algebraica para que el alumno identifique la fórmula correcta para su resolución.

**4. Reactivo muestra**

1.- Identifica el desarrollo correcto para el cálculo de la integral  $\int \frac{dx}{x^2}$

A)

$$\begin{aligned} &= \int x^{-2} dx \\ &= \frac{x^{-1}}{-1} + c \\ &= -\frac{1}{x} + c \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} &= \int x^{-2} dx \\ &= x^{-1} + c \\ &= \frac{1}{x} + c \end{aligned}$$

C)

$$\begin{aligned} &= \int x^{-2} dx \\ &= \frac{x^{-3}}{-3} + c \\ &= -\frac{1}{3x^3} + c \end{aligned}$$

D)

$$\begin{aligned} &= \int x^{-2} dx \\ &= \frac{x^{-2}}{-2} + c \\ &= -\frac{1}{2x^2} + c \end{aligned}$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.1 Resolución de integrales de funciones algebraicas

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque su manejo le permitirá al alumno la comprensión de los temas por tratar en el curso de Cálculo Diferencial e Integral II.

Para su evaluación se elabora un ítem, mediante el cual el alumno identifica la secuencia y/o fórmula correcta para la resolución de la Integral Indefinida de una función algebraica sencilla de la forma  $\int [f(x) + \sqrt{g(x)} - h(x)^{-n}] dx$ , de una lista dada.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta la secuencia para la resolución de cuatro integrales indefinidas de funciones algebraicas formadas por términos con exponentes enteros positivos, negativos y radicales, se pueden considerar como grado máximo de los exponentes y el radical tres, para que el alumno identifique la solución correcta, o se presentará una función algebraica para que el alumno identifique la fórmula correcta para su resolución.

**4. Reactivo muestra**

1.- Identifica el desarrollo correcto para el cálculo de la integral  $\int \left( x^3 + \frac{2}{3x^2} - \sqrt{x} \right) dx$

A)

$$= \int x^3 dx + \int \frac{2}{3} x^{-2} dx - \int x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3} \left( \frac{x^{-1}}{-1} \right) - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3x} - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$$

B)

$$= \int x^3 dx + \int \frac{2}{3} x^{-2} dx - \int x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3} \left( \frac{x^{-3}}{-3} \right) - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{x^4}{4} - \frac{2}{9x^3} - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$$



c)

$$= \int x^3 dx + \int \frac{2}{3} x^{-2} dx - \int x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{x^4}{4} + \frac{2}{3} \left( \frac{x^{-1}}{-1} \right) - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$$

$$= \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + c$$

d)

$$= \int x^3 dx + \int \frac{2}{3} x^{-2} dx - \int x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= 3x^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{x^{-1}}{-1} \right) - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= 3x^2 - \frac{2}{3x} - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** C.1.1. Antiderivada de una función

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido esencial porque le permite al alumno relacionar el cálculo integral y es la base para la comprensión de los temas por tratar en el curso de cálculo diferencial e integral II.

Para su evaluación se elaborará un ítem mediante el cual el alumno identifica la definición correcta de la antiderivada de una función.

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo.

Se presenta el enunciado de cuatro definiciones de la antiderivada de una función, para que el alumno identifique la definición correcta, o bien presentar la definición para que el alumno identifique el concepto de antiderivada.

### 4. Reactivo muestra.

#### 1. Identifica la definición correcta del concepto de la antiderivada de una función.

A) A una función  $F$  se le llama antiderivada de una función  $f$ , en un intervalo  $I$ , si  $F'(x) = f(x)$  para todo valor de  $X$  en el intervalo.

B) A una función  $F$  se le llama antiderivada de una función  $f$ , en un intervalo  $I$ , si  $F''(x) = f(x)$  para todo valor de  $X$  en el intervalo.

C) A una función  $F$  se le llama derivada de una función  $f$ , en un intervalo  $I$ , si  $F'(x) = f(x)$  para todo valor de  $X$  en el intervalo.

D) A una función  $F$  se le llama antiderivada de una función  $f$ , en un intervalo  $I$ , si  $f'(x) = F(x)$  para todo valor de  $X$  en el intervalo.



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** C.1.1. Antiderivada de una función

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque su manejo es fundamental para la comprensión del cálculo integral.

Para su evaluación se elaborará un ítem mediante el cual el alumno identifica la antiderivada de una función sencilla.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo.**

Se presenta una función algebraica con un término, con coeficiente numérico y exponente entero positivo y cuatro opciones posibles de antiderivada, para que el alumno identifique la respuesta correcta.

**4. Reactivo muestra.**

**1. Identifica la antiderivada de la función  $f(x) = 3x^2$**

A)  $x^3$

B)  $\frac{x^3}{3}$

C)  $6x$

D)  $6x^3$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.2 Resolución de integrales de funciones trascendentes

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque su comprensión le permitirá al alumno obtener integrales definidas e indefinidas de funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

Para su evaluación, se elabora un ítem, mediante el cual el alumno identifica la secuencia correcta para la resolución de integrales indefinidas de una función trigonométrica (seno, coseno ó tangente)

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presentan cuatro secuencias para la resolución de integrales indefinidas de funciones trigonométricas (seno, coseno ó tangente) con argumento "x" ó cualquier término, pero con exponente uno para que el alumno identifique la solución correcta.

**4. Reactivo muestra**

1.- Identifica el desarrollo correcto para el cálculo de la integral.  $\int 2 \cos 3x dx$

A)

$$= 2 \int \cos 3x dx$$

$$= \frac{2}{3} \operatorname{sen} 3x + c$$

B)

$$= 2 \int \cos 3x dx$$

$$= 2 \operatorname{sen} 3x + c$$

C)

$$= 2 \int \cos 3x dx$$

$$= -\frac{2}{3} \operatorname{sen} 3x + c$$

D)

$$= 2 \int \cos 3x dx$$

$$= \frac{2}{3} \operatorname{sen} x + c$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.2 Resolución de integrales de funciones trascendentes

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque su comprensión le permitirá al alumno obtener integrales definidas e indefinidas de funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

Para su evaluación, se elabora un ítem, mediante el cual el alumno identifica la secuencia correcta para la resolución de integrales indefinidas de una función exponenciales.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presentan cuatro secuencias para la resolución de integrales indefinidas de funciones exponenciales de base "e" y exponente "x" o cualquier término con exponente uno ó también se puede presentar como base un número entero positivo para que el alumno identifique la solución correcta.

**4. Reactivo muestra**

1.- Identifica el desarrollo correcto para el cálculo de la integral.  $\int 3e^{3x} dx$

A)

$$= 3 \int e^{3x} dx$$

$$= e^{3x} + c$$

B)

$$= 3 \int e^{3x} dx$$

$$= 3e^{3x} + c$$

C)

$$= 3 \int e^{3x} dx$$

$$= \frac{e^{3x}}{3} + c$$

D)

$$= 3 \int e^{3x} dx$$

$$= 9e^{3x} + c$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 1** Integral Indefinida

**Tema:**

**Subtema:** P.1.2 Resolución de integrales de funciones trascendentes

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque su comprensión le permitirá al alumno obtener integrales definidas e indefinidas de funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

Para su evaluación, se elabora un ítem, mediante el cual el alumno identifica la secuencia correcta para la resolución de integrales indefinidas de una función logarítmicas.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presentan cuatro secuencias para la resolución de integrales indefinidas de funciones logarítmicas de base "e", así mismo se proporciona la fórmula para la integración de una función logarítmica, con argumento cualquier término con exponente uno, para que el alumno identifique la solución correcta.

**4. Reactivo muestra**

1.- Identifica el desarrollo correcto para el cálculo de la integral.  $\int 2 \ln 2x dx$

utilizando la siguiente fórmula  $\int \ln u du = u \ln u - u + c$

A)	B)	C)	D)
$= 2 \int \ln 2x dx$	$= 2 \int \ln 2x dx$	$= 2 \int \ln 2x dx$	$= 2 \int \ln 2x dx$
$= 2x \ln 2x - 2x + c$	$= x \ln 2x - x + c$	$= x \ln 2x - 2x + c$	$= 2x \ln 2x + 2x + c$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 2** Integral Definida

**Tema:**

**Subtema:** P.2.1. Obtención de integrales definidas en diversas funciones

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido esencial porque el alumno demuestra la comprensión y el manejo de temas anteriores como la integración de funciones algebraicas y trascendentes y sirve como base para el cálculo de áreas bajo la curva, área entre dos curvas, cálculo de volúmenes de sólidos de revolución y resolución de problemas de diversas áreas de conocimiento.

Para su evaluación se elaborará un ítem mediante el cual el alumno identificará la secuencia correcta para la resolución de la integral definida de funciones algebraicas sencillas de la forma  $\int_a^b f(x)dx$

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presentará una integral definida de una función algebraica de un solo término donde el exponente debe ser de grado positivo máximo 4, con coeficiente numérico entero o fraccionario, límites números enteros, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral definida de cuatro opciones posibles.

### 4. Reactivo muestra

1.- Identifica la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida.

$$\int_1^5 x^2 dx$$

A)

$$\begin{aligned} &= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^5 \\ &= \frac{(5)^3}{3} - \frac{(1)^3}{3} \\ &= \frac{124}{3} \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} &= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^5 \\ &= \frac{(1)^3}{3} - \frac{(5)^3}{3} \\ &= -\frac{124}{3} \end{aligned}$$

C)

$$\begin{aligned} &= \left[ \frac{x^2}{2} \right]_1^5 \\ &= \frac{(5)^2}{2} - \frac{(1)^2}{2} \\ &= 12 \end{aligned}$$

D)

$$\begin{aligned} &= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^5 \\ &= \frac{(5)^3}{3} \\ &= \frac{125}{3} \end{aligned}$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 2** Integral Definida

**Tema:**

**Subtema:** P.2.1. Obtención de integrales definidas en diversas funciones

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque el alumno demuestra la comprensión y el manejo de temas anteriores como la integración de funciones algebraicas y trascendentes y sirve como base para el cálculo de áreas bajo la curva, área entre dos curvas, cálculo de volúmenes de sólidos de revolución y resolución de problemas de diversas áreas de conocimiento.

Para su evaluación se elaborará un ítem mediante el cual el alumno identificará la secuencia correcta para la resolución de la integral definida de funciones algebraicas sencillas de la forma

$$\int_a^b [ax^2 + bx + c] dx$$

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta una integral definida de una función algebraica de segundo grado de la forma  $(ax^2 + bx + c)$ , con coeficientes numéricos y límites números enteros, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral definida de cuatro opciones posibles

**4. Reactivo muestra**

**1.- Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida.**

$$\int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx$$

A)

$$= \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-2}^1$$

$$= -\frac{9}{2}$$

B)

$$= \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-2}^1$$

$$= \frac{9}{2}$$

C)

$$= \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-1}^{-2}$$

$$= \frac{9}{4}$$

D)

$$= \left[ x^3 + \frac{x^2}{2} - 2 \right]_{-2}^1$$

$$= \frac{15}{2}$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 2** Integral Definida

**Tema:**

**Subtema:** P.2.1. Obtención de integrales definidas en diversas funciones

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque el alumno demuestra la comprensión y el manejo de temas anteriores como la integración de funciones algebraicas y trascendentes y sirve como base para el cálculo de áreas bajo la curva, área entre dos curvas, cálculo de volúmenes de sólidos de revolución y resolución de problemas de diversas áreas de conocimiento.

Para su evaluación se elaborará un ítem mediante el cual el alumno identificará la secuencia correcta para la resolución de la integral definida de funciones algebraicas sencillas de la forma  $\int_a^b \sqrt{f(x)} dx$

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta una integral definida de una función algebraica en forma de radical, de exponente con grado máximo tres, se pueden considerar los coeficientes numéricos y exponentes para la literal números enteros, ó fraccionarios positivos, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral definida de cuatro opciones posibles

**4. Reactivo muestra**

**1.- Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida.**

$$\int_0^4 \sqrt{2x^3} dx$$

A)

$$= \left[ \frac{2\sqrt{2x^5}}{5} \right]_0^4$$

$$= \frac{64\sqrt{2}}{5}$$

B)

$$= \left[ \frac{2\sqrt{2x^5}}{5} \right]_4^0$$

$$= -\frac{64\sqrt{2}}{5}$$

C)

$$= \left[ \frac{2\sqrt{x^5}}{5} \right]_0^4$$

$$= \frac{64}{5}$$

D)

$$= \left[ 2\sqrt{2x^5} \right]_0^4$$

$$= 64\sqrt{2}$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 2** Integral Definida

**Tema:**

**Subtema:** P.2.1. Obtención de integrales definidas en diversas funciones

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido esencial porque el alumno demuestra la comprensión y el manejo de temas anteriores como la integración de funciones algebraicas y trascendentes y sirve como base para el cálculo de áreas bajo la curva, área entre dos curvas, cálculo de volúmenes de sólidos de revolución y resolución de problemas de diversas áreas de conocimiento.

Para su evaluación se elaborará un ítem mediante el cual el alumno identificará la secuencia correcta para la resolución de la integral definida de funciones algebraicas sencillas de la forma  $\int_a^b \text{sen}x dx$

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presenta una integral definida de una función trigonométrica, se considerará la función seno con argumento "x" y coeficiente numérico entero positivos, los límites estarán en radianes en función de  $\pi$  (entre 0 y  $2\pi$ ), para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral definida de cuatro opciones posibles

### 4. Reactivo muestra

#### 1.- Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida

$$\int_0^{\pi} \text{sen}x dx$$

A)

$$= [-\cos x]_0^{\pi}$$

$$= 2$$

B)

$$= [-\cos x]_{\pi}^0$$

$$= 0$$

C)

$$= [\cos x]_0^{\pi}$$

$$= -2$$

D)

$$= [\cos x]_{\pi}^0$$

$$= 2$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 2** Integral Definida

**Tema:**

**Subtema:** P.2.1. Obtención de integrales definidas en diversas funciones

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido esencial porque el alumno demuestra la comprensión y el manejo de temas anteriores como la integración de funciones algebraicas y trascendentes y sirve como base para el cálculo de áreas bajo la curva, área entre dos curvas, cálculo de volúmenes de sólidos de revolución y resolución de problemas de diversas áreas de conocimiento.

Para su evaluación se elaborará un ítem mediante el cual el alumno identificará la secuencia correcta para la resolución de la integral definida de funciones algebraicas sencillas de la forma  $\int_a^b e^x dx$

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presenta una integral definida de una función exponencial de base “e” con exponente “x”, sus límites serán números enteros, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral definida de cuatro opciones posibles

### 4. Reactivo muestra

#### 1.- Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida

$$\int_0^2 e^x dx$$

A)

$$= [e^x]_0^2 \\ = e^2 - 1$$

B)

$$= [e^x]_2^0 \\ = 1 - e^2$$

C)

$$= [e^x]_0^2 \\ = e^2$$

D)

$$= [e^x]_2^0 \\ = -e^2$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 3** Métodos de Integración

**Tema:**

**Subtema:** P.3.1. Uso del método de integración por sustitución o cambio de variable, para el cálculo de integrales

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido importante porque el alumno demuestra el manejo de la diferencial en funciones algebraicas y trascendentes, que sirve de base para la integración por partes.

Para su evaluación se elaborará un ítem, el cual presentará una integral indefinida de una función algebraica de la forma  $\int au^n du$

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presenta una integral indefinida de una función algebraica, donde “u” tendrá dos o tres términos con coeficientes numéricos enteros y exponente grado tres como máximo, “n” un número entero de grado máximo tres, el coeficiente “a” un número entero o fracción, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral indefinida por el método de cambio de variable de cuatro opciones posibles.

### 4. Reactivo muestra

1.- Identifique la secuencia correcta para calcular la integral indefinida, utilizando el método de sustitución ó cambio de variable  $\int x(x^2 + 1)^3 dx$

A)

$$= \int u^3 \frac{du}{2}$$

$$= \frac{u^4}{8} + c$$

$$= \frac{(x^2 + 1)^4}{8} + c$$

B)

$$= \int u^3 du$$

$$= \frac{u^4}{4} + c$$

$$= \frac{(x^2 + 1)^4}{4} + c$$

C)

$$= \int u^3 \frac{du}{2}$$

$$= \frac{u^3}{6} + c$$

$$= \frac{(x^2 + 1)^3}{6} + c$$

D)

$$= \int u^3 \frac{du}{2}$$

$$= \frac{3u^2}{2} + c$$

$$= \frac{3(x^2 + 1)^2}{2} + c$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 3** Métodos de Integración

**Tema:**

**Subtema:** P.3.1. Uso del método de integración por sustitución o cambio de variable, para el cálculo de integrales

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido importante porque el alumno demuestra el manejo de la diferencial en funciones algebraicas y trascendentes, que sirve de base para la integración por partes.

Para su evaluación se elaborará un ítem, el cual presentará una integral indefinida de una función algebraica de la forma  $\int a\sqrt{u^n} du$

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta una integral indefinida de una función algebraica, con radical de grado tres como máximo, donde "u" tendrá dos o tres términos con coeficientes numéricos enteros y exponente grado tres como máximo, "n" un número entero positivo de grado máximo tres, el coeficiente "a" un número entero o fracción, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral indefinida por el método de cambio de variable de cuatro opciones posibles.

**4. Reactivo muestra**

1.- Identifique la secuencia correcta para calcular la integral indefinida, utilizando el método de sustitución o cambio de variable  $\int 2x\sqrt{3-2x^2} dx$

A)

$$= \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{-2}$$

$$= -\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= -\frac{\sqrt{(3-2x^2)^3}}{3} + c$$

B)

$$= \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{-4}$$

$$= -\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{6}{2}} + c$$

$$= -\frac{\sqrt{(3-2x^2)^3}}{6} + c$$

C)

$$= \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{2}$$

$$= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{\sqrt{(3-2x^2)^3}}{3} + c$$

D)

$$= \int u^{\frac{1}{2}} \frac{du}{-2}$$

$$= u^{\frac{-1}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3-2x^2}} + c$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 3** Métodos de Integración

**Tema:**

**Subtema:** P.3.1. Uso del método de integración por sustitución o cambio de variable, para el cálculo de integrales

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido importante porque el alumno demuestra el manejo de la diferencial en funciones algebraicas y trascendentes, que sirve de base para la integración por partes.

Para su evaluación se elaborará un ítem, el cual presentará una integral indefinida de una función trascendente (exponencial o trigonométrica).

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presenta una integral indefinida de una función trascendente, puede ser trigonométrica de la forma seno, coseno, tangente, ó exponencial de base "e" o numérica, "u" tendrá de uno a tres términos con grado tres como máximo y coeficientes numéricos enteros, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral indefinida por el método de cambio de variable de cuatro opciones posibles.

### 4. Reactivo muestra

1.- Identifique la secuencia correcta para calcular la integral indefinida, utilizando el método de sustitución o cambio de variable  $\int 3x \operatorname{sen} x^2 dx$

A)

$$= \int 3 \operatorname{sen} u \frac{du}{2}$$

$$= -\frac{3}{2} \cos u + c$$

$$= -\frac{3}{2} \cos x^2 + c$$

B)

$$= \int \operatorname{sen} u \frac{du}{2}$$

$$= -\frac{1}{2} \cos u + c$$

$$= -\frac{1}{2} \cos x^2 + c$$

C)

$$= \int 3 \operatorname{sen} u \frac{du}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \cos u + c$$

$$= \frac{3}{2} \cos x^2 + c$$

D)

$$= \int 3 \operatorname{sen} u du$$

$$= -3 \cos u + c$$

$$= -3 \cos x^2 + c$$



**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 3** Métodos de Integración

**Tema:**

**Subtema:** P.3.2. Uso del método de integración por partes, para el cálculo de integrales

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido importante porque el alumno demuestra el manejo de la sustitución o cambio de variable para resolver integrales de un producto de funciones algebraicas y trascendentes.

Para su evaluación se elaborará un ítem, el cual presentará una integral indefinida de un producto de funciones (una función algebraica con una función trigonométrica).

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta una integral indefinida de un producto de funciones, una función algebraica de un solo término de grado dos como máximo con coeficiente un número entero con una función trigonométrica (seno, coseno, tangente) con argumento "x" y coeficiente un número entero, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral indefinida por el método de integración por partes de cuatro opciones posibles.

**4. Reactivo muestra**

1.- Identifique la secuencia correcta para calcular la integral indefinida, utilizando el método de integración por partes  $\int x \cos x dx$

A)

$$= x \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x dx$$

$$= x \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x + c$$

B)

$$= -x \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x dx$$

$$= -x \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x + c$$

C)

$$= x \operatorname{cos} x - \int \operatorname{cos} x dx$$

$$= x \operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x + c$$

D)

$$= x \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x dx$$

$$= x \operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x + c$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 3** Métodos de Integración

**Tema:**

**Subtema:** P.3.2. Uso del método de integración por partes, para el cálculo de integrales

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido importante porque el alumno demuestra el manejo de la sustitución o cambio de variable para resolver integrales de un producto de funciones algebraicas y trascendentes.

Para su evaluación se elaborará un ítem, el cual presentará una integral indefinida de un producto de funciones (una función algebraica con una función exponencial ó una función algebraica con una función logarítmica).

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presenta una integral indefinida de un producto de funciones, una función algebraica de un solo término de grado dos como máximo con coeficiente un número entero con una función exponencial de base "e" o numérica con exponente "x", o bien la función algebraica con una función logarítmica (ln) con argumento "x" y coeficiente un número entero positivo, para que el alumno identifique el procedimiento correcto del cálculo de la integral indefinida por el método de integración por partes de cuatro opciones posibles.

### 4. Reactivo muestra

1.- Identifique la secuencia correcta para encontrar la integral indefinida, utilizando el método de integración por partes  $\int xe^{2x} dx$

A)

$$= \frac{1}{2} xe^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx$$

$$= \frac{1}{2} xe^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + c$$

B)

$$= xe^{2x} - \int e^{2x} dx$$

$$= xe^{2x} - \frac{1}{2} e^{2x} + c$$

C)

$$= -\frac{1}{2} xe^{2x} + \frac{1}{2} \int e^{2x} dx$$

$$= -\frac{1}{2} xe^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + c$$

D)

$$= \frac{1}{2} xe^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx$$

$$= \frac{1}{2} xe^{2x} - \frac{1}{2} e^{2x} + c$$

**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 4** Aplicaciones de la Integral

**Tema:**

**Subtema:** P.4.1. Cálculo del área bajo la curva

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque le permitirá al alumno identificar problemas que dieron origen al cálculo, así como mostrar el dominio de temas antecedentes.

Para su evaluación se elabora un ítem mediante el cual el alumno identificará gráficamente el área bajo una función.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

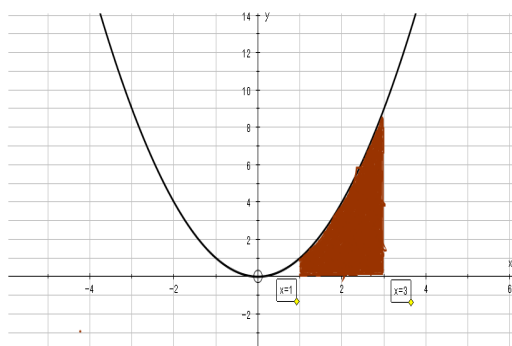
Se presentan cuatro gráficas en un plano cartesiano caracterizado con las literales "x","y" de una función de segundo grado, delimitando el área bajo la función con números enteros, se puede presentar gráficas de funciones lineales y polinomiales de grado tres como máximo, para que el alumno identifique la gráfica correcta.

**4. Reactivo muestra**

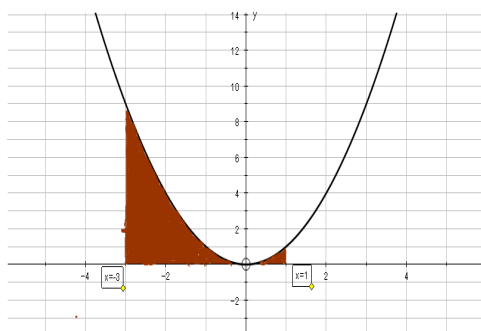
1.- Identifica la gráfica que corresponde a el área limitada bajo la curva de la función

$y = x^2$ , el eje "x" entre  $x = 1$  y  $x = 3$

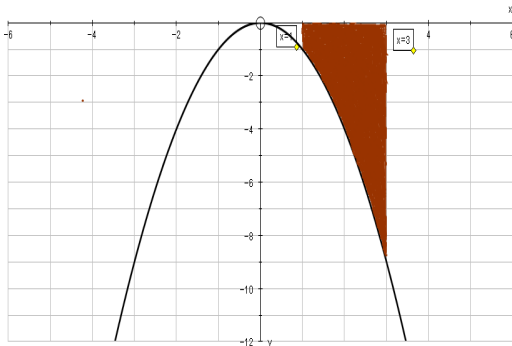
A)



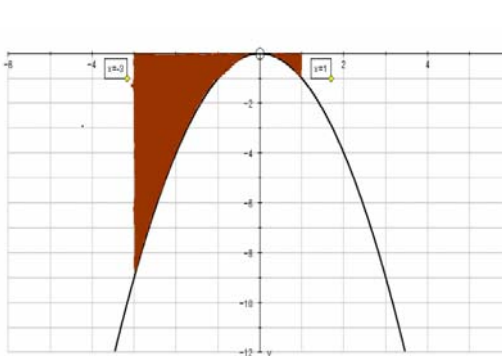
B)



C)



D)





**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 4** Aplicaciones de la Integral

**Tema:**

**Subtema:** P.4.1. Cálculo del área bajo la curva

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido esencial porque le permitirá al alumno identificar problemas que dieron origen al cálculo, así como mostrar el dominio de temas antecedentes.

Para su evaluación se elabora un ítem mediante el cual el alumno identificará el desarrollo correcto del cálculo del área bajo una función.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta el desarrollo para el cálculo del área bajo una función cuadrática incompleta, la delimitación del área será el eje "x", entre dos posiciones que serán números enteros, se podrá presentar una función lineal, cuadrática completa o cúbica y los límites pueden ser números enteros, para que el alumno identifique la solución correcta.

**4. Reactivo muestra**

**1.- Identifica el desarrollo correcto del cálculo del área limitada bajo la curva de la función  $y = 4x - x^2$ , el eje "x" y entre  $x = 1$  y  $x = 3$**

A)

$$\int_1^3 (4x - x^2) dx$$

$$= \left[ 2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_1^3$$

$$= \frac{22}{3} u^2$$

B)

$$\int_3^1 (4x - x^2) dx$$

$$= \left[ 2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_3^1$$

$$= -\frac{22}{3} u^2$$

C)

$$\int_1^3 (4x - x^2) dx$$

$$= \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_1^3$$

$$= -\frac{14}{3} u^2$$

D)

$$\int_1^3 (4x - x^2) dx$$

$$= \left[ 2x^2 + \frac{x^3}{3} \right]_1^3$$

$$= \frac{74}{3} u^2$$

**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II  
**Unidad: 4** Aplicaciones de la Integral  
**Tema:**  
**Subtema:** P.4.2. Cálculo del área entre dos curvas.

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido importante porque permite al alumno mostrar su dominio sobre temas antecedentes como integral definida, cálculo de área bajo una función.

Para su evaluación se elabora un ítem mediante el cual el alumno identificará gráficamente el área entre dos funciones.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

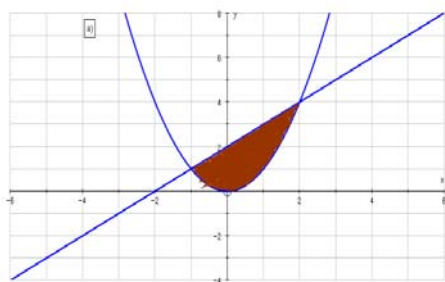
Se presentan cuatro gráficas de una función lineal y una de segundo grado, en el plano cartesiano caracterizado por las literales “x”, “y”, se presentan los posibles límites del área entre las dos funciones. Se podrán presentar dos funciones de segundo grado ó una función polinomial de grado tres con una función lineal, en todos los casos deberán presentarse los límites del área entre las dos funciones, para que el alumno identifique la gráfica correcta.

**4. Reactivo muestra**

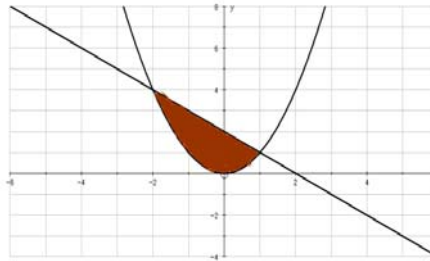
**1.- Identifica la gráfica que corresponde al área limitada entre las funciones**

$$y = x^2 \text{ y } y = x + 2$$

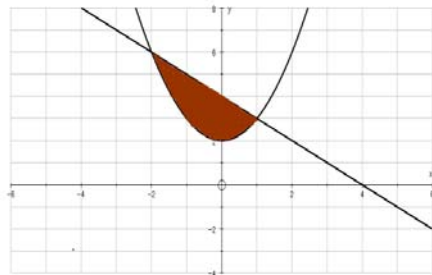
A)



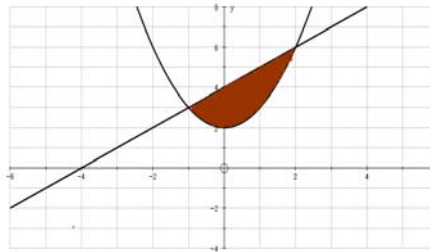
B)



C)



D)





**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II  
**Unidad: 4** Aplicaciones de la Integral  
**Tema:**  
**Subtema:** P.4.2. Cálculo del área entre dos curvas.

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido importante porque permite al alumno mostrar su dominio sobre temas antecedentes como integral definida, cálculo de área bajo una función.

Para su evaluación se elabora un ítem mediante el cual el alumno identificará el desarrollo correcto para el cálculo del área entre dos funciones.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta una función de segundo grado incompleta y una función lineal, para el cálculo del área entre las dos funciones mediante una integral definida. Se podrá presentar dos funciones de segundo grado o una función polinomial de grado tres y una función lineal, en el desarrollo de las integrales se presentarán tres pasos como máximo, para que el alumno identifique la solución correcta de cuatro opciones posibles.

**4. Reactivo muestra**

**1.- Identifica el desarrollo correcto para calcular el área limitada entre las funciones**

$$y = 2 - x^2 \text{ y } y = x$$

A)

$$\int_{-2}^1 (2 - x^2 - x) dx$$

$$= \left[ 2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_{-2}^1$$

$$= \frac{9}{2} u^2$$

C)

$$\int_1^2 (2 - x^2 - x) dx$$

$$= \left[ 2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_1^2$$

$$= -\frac{11}{6} u^2$$

B)

$$\int_{-1}^2 (2 - x^2 - x) dx$$

$$= \left[ 2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^2$$

$$= \frac{3}{2} u^2$$

D)

$$\int_{-2}^1 (x - 2 + x^2) dx$$

$$= \left[ \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^1$$

$$= -\frac{9}{2} u^2$$



### 1. Datos de identificación del contenido a evaluar

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 4** Aplicaciones de la Integral

**Tema:**

**Subtema:** P.4.3. Cálculo de volúmenes de sólidos de revolución, usando el método del Disco.

$$\text{Fórmula: } V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

### 2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido

Se considera un contenido importante porque le permitirá al alumno calcular el volumen de un sólido de revolución, así como mostrar el manejo de temas anteriores como la integral definida.

Para su evaluación se elabora un ítem mediante el cual el alumno identificará gráficamente el sólido de revolución generado por una función.

### 3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes

#### 3.2 Base del reactivo

Se presenta una función algebraica de un término y exponente fraccionario  $\left(\frac{1}{2}\right)$ , con el objetivo de graficar en un plano cartesiano el volumen que se genera al hacer girar la función alrededor del eje "x", proporcionando los límites con números enteros, se podrá presentar una función lineal ó de segundo grado, para que el alumno identifique la gráfica correcta.

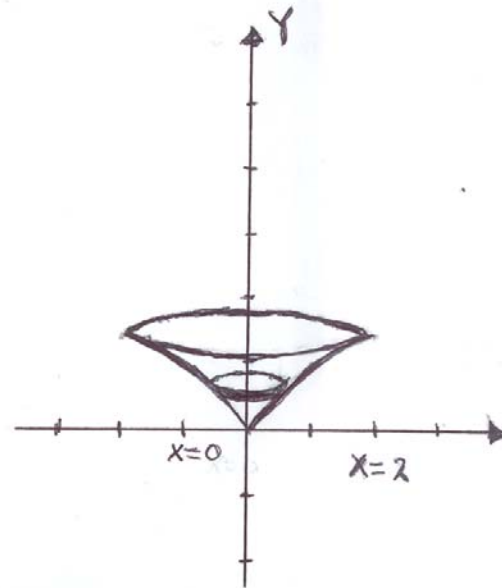
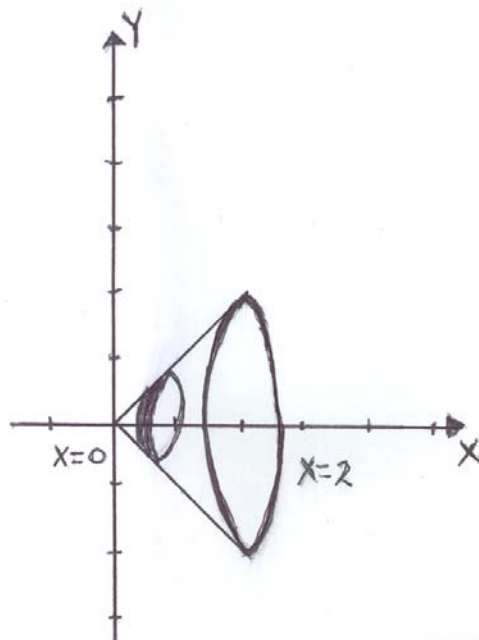
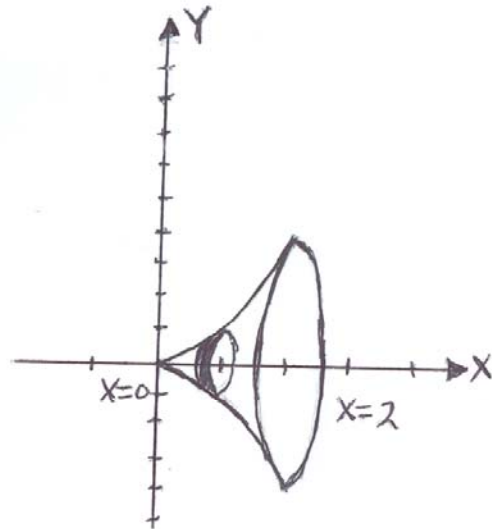
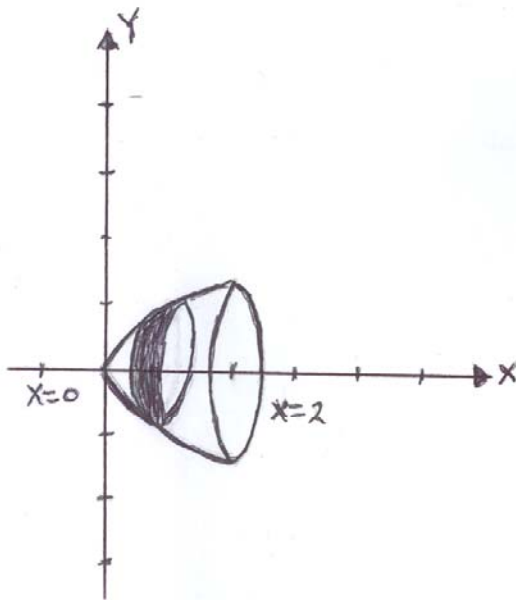
### 4. Reactivo muestra

1.- Identifica la gráfica correspondiente al volumen del sólido de revolución generado al

hacer girar alrededor del eje "x" la función  $y = x^{\frac{1}{2}}$ , entre  $x = 0$  y  $x = 2$ .

A)

B)





**1. Datos de identificación del contenido a evaluar**

**Curso:** Cálculo Diferencial e Integral II

**Unidad: 4** Aplicaciones de la Integral

**Tema:**

**Subtema:** P.4.3. Cálculo de volúmenes de sólidos de revolución, usando el método del Disco.

$$\text{Formula: } V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

**2. Comentario aclaratorio acerca del sentido evaluativo del contenido**

Se considera un contenido importante porque le permitirá al alumno calcular el volumen de un sólido de revolución, así como mostrar el manejo de temas anteriores como la integral definida.

Para su evaluación se elabora un ítem mediante el cual el alumno identifica el desarrollo correcto del cálculo de volumen de un sólido en revolución generado por una función.

**3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes**

**3.2 Base del reactivo**

Se presenta una función lineal con un término para el cálculo del volumen del sólido de revolución que genera al girar alrededor del eje "x". Se podrá presentar una función lineal ó de segundo grado, de preferencia con dos términos como máximo, para que el alumno identifique el procedimiento.

**4. Reactivo muestra**

**1.- Identifica el desarrollo correcto para calcular el volumen de sólidos de revolución al hacer girar alrededor del eje x, la función  $y = x$ , entre  $x = 0$  y  $x = 3$ .**

A)

$$V = \int_0^3 \pi(x)^2 dx$$

$$V = \left[ \frac{\pi x^3}{3} \right]_0^3$$

$$V = 9\pi u^3$$

C)

$$V = \int_0^3 \pi(x) dx$$

$$V = \left[ \frac{\pi x^2}{2} \right]_0^3$$

$$V = \frac{9}{2} \pi u^3$$

B)

$$V = \int_0^3 (x)^2 dx$$

$$V = \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^3$$

$$V = 9u^3$$

D)

$$V = \int_0^3 \pi(x)^2 dx$$

$$V = \left[ \pi x^3 \right]_0^3$$

$$V = 27\pi u^3$$